



Toto sú návodné úlohy k domácejmu kolu 42. ročníka Olympiády v informatike, kategória A. Ide teda o sadu ľahších úloh, ktoré tematicky súvisia so súťažnými úlohami. Riešenie týchto úloh môže byť dobrou prípravou na riešenie súťažných úloh. Za riešenia týchto návodných úloh nie sú žiadne body do súťaže. O ich riešení môžete ľubovoľne diskutovať – so svojim učiteľom, inými súťažiacimi aj kýmkoľvek iným.

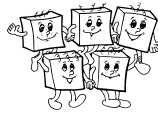
Návodné úlohy k domácejmu kolu OI: kategória A

A-I-1 Skriňa na chemikálie

1. Implementujte si Eratostenovo sito (https://sk.wikipedia.org/wiki/Eratostenovo_sito) a pomocou neho zistíte, koľko existuje prvočísel medzi číslami 1 až 1 000 000.
2. Prirodzené číslo x voláme zložené, ak pre nejaké prirodzené čísla $a, b > 1$ platí $a \cdot b = x$.
Dokážte, že každé zložené číslo x má deliteľa d , pre ktorého platí $2 \leq d \leq \sqrt{x}$.
3. Implementujte si test prvočíselnosti založený na tvrdení z predchádzajúcej úlohy. Aj pomocou neho zistíte, koľko existuje prvočísel medzi číslami 1 až 1 000 000, a skontrolujte si, že vám vyšiel ten istý výsledok.
4. Napíšte program, ktorý bude fungovať nasledovne: Po spustení si môže nejaké údaje predvypočítať. Následne by mal bežať v nekonečnom cykle, v ktorom vždy od používateľa načíta celé číslo $x > 1$ a vypíše buď informáciu „ x je prvočíslo“ alebo „ x je zložené číslo, lebo je deliteľné prvočíslom p_x “.
Viete túto úlohu vyriešiť tak, že len mierne upravíte riešenie prvej návodnej úlohy?

A-I-2 Cap záhradníkom

1. Máme krajinu, v ktorej je n miest a medzi nimi $n - 1$ obojsmerných ciest. Cesta i spája mestá a_i a b_i a jej dĺžka je $d_i > 0$. Celá cestná sieť má stromovú topológiu.
Napíšte čo najefektívnejší algoritmus, ktorý nájde (jedno konkrétne) mesto najvzdialenejšie od mesta 1 a tiež vypočíta vzdialenosť medzi nimi.
2. Máme krajinu, v ktorej je n miest a medzi nimi $n - 1$ obojsmerných ciest. Cesta i spája mestá a_i a b_i a jej dĺžka je $d_i > 0$. Celá cestná sieť má stromovú topológiu.
Napíšte čo najefektívnejší algoritmus, ktorý nájde (jednu konkrétnu) dvojicu najvzdialenejších miest v tejto krajine a tiež vypočíta ich vzdialenosť.
3. Máme krajinu, v ktorej je n miest a medzi nimi $n - 1$ obojsmerných ciest. Cesta i spája mestá a_i a b_i a jej precestovanie ľubovoľným smerom má cenu c_i . Celá cestná sieť má stromovú topológiu. Ceny môžu byť aj záporné (precestovaním takej cesty si zarobíme).
Každou cestou smieme ísť len raz. Chodiť po ceste so zápornou cenou tam a späť je múdre ale v tejto úlohe zakázané :)
Napíšte čo najefektívnejší algoritmus, ktorý nájde (jednu konkrétnu) dvojicu miest v tejto krajine, medzi ktorými je cestovať najdrahšie. Opäť, tiež vypočítajte aj cenu za túto cestu.
Ak túto úlohu riešiť neviete, tak aspoň skúste nájsť mesto, do ktorého je najdrahšia cesta z mesta 1.
4. Máme krajinu, v ktorej je n miest a medzi nimi $n - 1$ obojsmerných ciest. Cesta i spája mestá a_i a b_i . Celá cestná sieť má stromovú topológiu.
Z každého mesta x do každého iného mesta y pôjde krajinou jeden kuriér, a to jedinou priamou cestou, bez zachádzok. Dokopy bude teda $n(n - 1)$ kuriérov.
Napíšte algoritmus, ktorý pre každé mesto vypočíta, koľko kuriérov ním prejde. (Tí, ktorí tam začínajú alebo končia, sa nepočítajú.)



A-I-3 Horské dráhy

1. Popíšte algoritmus, ktorý pre vstup v rovnakom formáte ako v zadaní súťažnej úlohy zistí, či sa naši hrdinovia vedia dostať zo stanice 1 do stanice n na jeden lístok, bez akéhokoľvek chodenia pešo.
(O akú grafovú úlohu ide? Akými algoritmami a ako efektívne ju vieme riešiť?)
2. Popíšte algoritmus, ktorý pre vstup v rovnakom formáte ako v zadaní súťažnej úlohy zistí, ako najlacnejšie sa naši hrdinovia vedia dostať zo stanice 1 do stanice n ak pôjdu len pešo.
(Opäť, o akú grafovú úlohu ide? Akými algoritmami a ako efektívne ju vieme riešiť?)
3. Vyriešte súťažnú úlohu za zjednodušujúceho predpokladu, že v zábavnom parku existuje presne $n - 1$ úsekov horskej dráhy, pričom i -ty z nich vedie (v niektorom smere) medzi stanicami i a $i + 1$.
4. Vyriešte súťažnú úlohu za zjednodušujúceho predpokladu, že aj cena lístku je $k = 1$, aj pre každý úsek platí, že cena pešieho presunu je $d_i = 1$.
5. Na niektorých políčkach šachovnice $n \times n$ ($n \leq 5000$) sú umiestnené prekážky. Na vstupe je daná bitmapa udávajúca, ktoré políčka sú zablokované. Políčka vľavo hore aj vpravo dole sú voľné. Šachová veža sa chce dostať z ľavého horného rohu do pravého dolného. Navrhnite algoritmus, ktorý vypočíta, či to ide.
6. To isté zadanie ako v predchádzajúcej úlohe, ale tentokrát navrhnite algoritmus, ktorý ak to ide vypočíta, na koľko najmenej ťahov sa to naša veža vie dosiahnuť.
Poriadne sa zamyslite nad tým, akú najlepšiu časovú zložitosť viete dosiahnuť.

A-I-4 Optické hradlá

1. Máme jeden emitör. Postavte čo najmenší obvod, v ktorom sa niekedy počas výpočtu na nejakom mieste naraz zrazia tri laserové lúče.
2. Na políčku so súradnicami $(0, 0)$ je jediný (aktívny) emitör a na políčku $(0, 2)$, na ktoré emitör mieri, je kolektor. Pre aké hodnoty t vieme navkladať do obvodu iné súčiastky tak, aby bol kolektor zasiahnutý laserom v tikú číslo t ?
3. Máme jeden emitör a 8 kolektorov. Chceli by sme si postaviť počítač tak, aby niekedy po spustení zasiahli laserové lúče všetkých 8 kolektorov naraz.
Koľko najmenej ďalších súčiastok na to potrebujeme, a ako všetky tieto súčiastky (vrátane kolektorov) rozložiť?
4. Nájdite ešte jedno riešenie predchádzajúcej úlohy, ktoré bude vyzeráť principiálne ináč ako to prvé.
5. Máme jeden emitör a jeden kolektor. Postavte počítač tak, aby bol kolektor postupne zasiahnutý laserovým lúčom presne 8-krát (postupne v 8 rôznych tikoch).