

Priebeh celoštátneho kola

Celoštátne kolo 40. ročníka Olympiády v informatike, kategórie A, sa koná v dňoch 19.-22. 3. 2025. Na riešenie úloh prvého, teoretického dňa majú súťažiaci 4,5 hodiny čistého času. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus. Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku.
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení prvého (teoretického) dňa

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úlohy môžu byť uvedené limity na veľkosť premenných. Tieto môžete použiť na odhad toho, ako dobré vaše riešenie je. Na počítači, ktorý vykoná miliardu inštrukcií za sekundu, vyrieši vzorové riešenie ľubovoľný povolený vstup nanajvyš za niekoľko sekúnd.



A-III-1 Tetris pre začiatčníkov

Samko sa rozhodol, že si naprogramuje Tetris. Ešte s tým nie je hotový, zatiaľ má naprogramované len padanie jednotlivých *kociek* – teda štvorčekov rozmerov 1×1 . Dnes sa rozhodol, že skôr, než sa pustí do zložitejších častí programu (ako napr. miznutie riadkov či otáčanie dielikov), si poriadne otestuje padanie kociek.

Samkov Tetris sa odohráva v *šachte* – štvorcovej sieti, ktorá má šírku n ($1 \leq n \leq 10^9$) a dohora neobmedzenú výšku. Stĺpce šachty si očísľujeme zľava doprava od 0 po $n - 1$. Riadky šachty si očísľujeme zdola hore začínajúc od nuly. Na začiatku testu je celá šachta prázdna.

Test bude pozostávať z q udalostí.

Prvý typ udalosti je *doplnenie* – do šachty prihodíme nejaké ďalšie kocky. Tento typ udalosti má štyri celočíselné parametre a_i , b_i , p_i a f_i . Do každého zo stĺpcov s číslami od a_i po b_i vrátane ($0 \leq a_i \leq b_i \leq n - 1$) odniekiaľ dostatočne vysoko **postupne po jednej** spadne práve p_i kociek ($1 \leq p_i \leq 10^9$), ktoré všetky majú farbu f_i ($1 \leq f_i \leq 10^9$). Žiadne dve kocky nikdy nedržia pokope, každá kocka padá samostatne vo svojom stĺpci dodola až kým dopadne buď na dno šachty alebo na najvyššiu zo skôr spustených kociek.

Druhý typ udalosti je *otázka*. Tento typ udalosti má dva celočíselné parametre s_i a r_i . Samkov program vypíše buď farbu kocky, ktorá sa momentálne nachádza v stĺpci s_i a riadku r_i ($0 \leq s_i \leq n - 1$, $0 \leq r_i \leq 10^{18}$), alebo nulu, ak je toto políčko ešte prázdne.

Súťažná úloha

Na vstupe je daná naraz celá postupnosť q udalostí. Napíš program, ktorý Samkovi zistí, aké odpovede mal dostať na všetky otázky počas testu. (Tvoj program nemusí odpovede na otázky vypisovať priebežne. Môže si všetky udalosti načítať, a až potom ich začať spracúvať.)

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla n a q . Zvyšok vstupu tvorí q riadkov, každý z nich popisuje jednu udalosť, a to v chronologickom poradí. *Doplnenie* je zadané riadkom tvaru „1 a_i b_i p_i f_i “, *otázka* riadkom „2 s_i r_i “.

Na výstup vypíš jeden riadok pre každú otázku zo vstupu, opäť v chronologickom poradí. Ako odpoveď na otázku vypíš vždy jedno celé číslo: buď 0, ak je príslušné políčko v danej chvíli prázdne, alebo číslo farby kocky, ktorá je momentálne na danom políčku.

Obmedzenia a hodnotenie

Na plný počet bodov nájdi riešenie s časovou zložitou $O(q \log n)$, $O(q \log q)$ alebo veľmi podobnou. Takéto riešenie by malo efektívne vyriešiť všetky vstupy s $q \leq 10^6$.

Riešenia s logaritmom (resp. dvoma) navyše v časovej zložitosti môžu získať najviac 9 (resp. 7) bodov.

Jeden bod budeme stríhať riešeniam, ktoré efektívne vyriešia len vstupy s $n \leq 10^6$ namiesto $n \leq 10^9$.

Riešenia efektívne za predpokladu $n, q \leq 5000$ môžu získať najviac 3 body.

Riešenia efektívne za predpokladu $n, q \leq 100$, $p_i \leq 10$ môžu získať najviac 2 body.

Najviac 5 bodov môžeš získať za vyriešenie **lahšej verzie úlohy**, v ktorej navyše predpokladáš, že všetky kocky majú rovnakú farbu $f_i = 1$. Ak riešiš túto verziu úlohy, výrazne to uveď na začiatku popisu riešenia!

Príklad

vstup

```
15 7
1 4 9 3 42
2 7 1
2 7 3
2 11 1
1 7 12 4 99
2 9 4
2 10 4
```

výstup

```
42
0
0
99
0
```

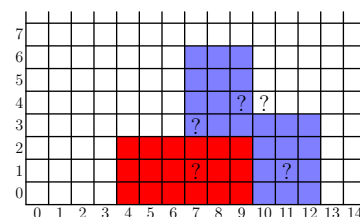


Do stĺpcov 4-9 spadnú po tri kocky farby 42 (volajme ich červené). Prvá otázka sa pýta na jedno z políčk, na ktorom skončila červená kocka. Druhá otázka sa pýta na políčko, ktoré je prázdne, lebo je ešte privysoko. Tretia otázka sa pýta na políčko, ktoré je prázdne, lebo v stĺpci 11 ešte žiadne kocky nepadali.

Keď pridáme ďalšie kocky farby 99 (modré) tak už políčka z druhej a tretej otázky budú modré. Toto ale už nezmení príslušné odpovede.

Štvrtá otázka sa pýta na políčko, ktoré je teraz modré. Piata sa pýta na políčko napravo od neho. Toto modré nie je, lebo v tomto stĺpci pod modrými kockami nie sú červené.

Na obrázku je záverečný stav šachty. Políčka, na ktoré sa pýtali otázky, sú označené otáznikom.



A-III-2 Telefónne búdky

Alica a Bob sú fanúšikmi starých technológií. Zbierajú analógové telefóny, dierne pásky, diskety všetkých rozmerov, a tiež udržiavajú detailné mapy posledných existujúcich telefónnych búdiok v celej krajine.

Krajina sa skladá z n lokalít, očíslovaných od 0 po $n - 1$. Niektoré dvojice lokalít sú prepojené chodníkmi. Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že každý chodník sa dá ľubovoľným smerom prejsť za 1 minútu, a že sa po chodníkoch dá dostať z ľubovoľnej lokality na ľubovoľnú inú.

Alicin dom je v lokalite d_a a Bobov v lokalite d_b . V iných lokalitách krajiny existuje t telefónnych búdiok. Búdky sú **aspoň dve**, sú očíslované od 0 po $t - 1$ a stoja v navzájom rôznych lokalitách b_0, \dots, b_{t-1} .

Každú sobotu si Alica a Bob vyhliaďnu nejaké ciele pre výlet: Alica sa pôjde zo svojho domu prejsť do lokality c_a a Bobov cieľ bude lokalita c_b . Každú minútu výletu každý z nich môže buď čakať vo svojej aktuálnej lokalite alebo sa pohnúť po nejakom chodníku do susednej lokality. Výlet budeme považovať za úspešne dokončený, akonáhle sa naraz bude Alica nachádzať v lokalite c_a a Bob v lokalite c_b . Tvojim cieľom bude zistiť, za aký najkratší čas vedia Alica a Bob dokončiť daný výlet.

Celé to samozrejme má ešte jeden háčik: počas každého výletu musí existovať nejaká minúta, počas ktorej si Alica a Bob zavolajú z jednej telefónnej búdky do druhej. Počas tejto minúty musia Alica aj Bob stáť v **navzájom rôznych** lokalitách s telefónnou búdkou.

Súťažná úloha

Na vstupe dostaneš vyššie uvedený popis krajiny. Ten si môžeš ľubovoľne spracovať. Následne **postupne** dostaneš q otázok. V každej otázke dostaneš zadané čísla lokalít c_a a c_b zodpovedajúce jednému plánovanému výletu. Pre každý výlet vypočítaj najmenší počet minút, za ktorý sa dá dokončiť. Až keď zodpovieš aktuálnu otázku, dostaneš nasledujúcu.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla n, m, t a q : počet lokalít, chodníkov, búdok a otázok.

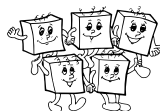
V druhom riadku sú čísla d_a a d_b : lokality, kde sú doma Alica a Bob.

V treťom riadku sú čísla b_0, \dots, b_{t-1} : lokality s búdkami. Čísla d_a, d_b a všetky b_i sú **navzájom rôzne** čísla z rozsahu od 0 po $n - 1$.

Každý z nasledujúcich m riadkov obsahuje popis jedného chodníka – čísla dvoch navzájom rôznych lokalít, ktoré spája. Žiadne dva chodníky nespájajú tú istú dvojicu lokalít.

Po prečítaní tejto časti vstupu môže tvoj program spraviť ľubovoľné pomocné výpočty. Následne by mal q -krát striedavo načítať zo vstupu jeden riadok s otázkou a vypísať jeden riadok s odpoveďou na ňu.

Popis otázky obsahuje dve čísla lokalít c_a a c_b . Odpoveďou na otázku je jedno číslo: najmenší počet minút, za ktoré vedia Alica a Bob odísť z ich domov, zavolať si z ľubovoľnej jednej búdky do ľubovoľnej inej a následne prísť do príslušných cieľov.



Obmedzenia a hodnotenie

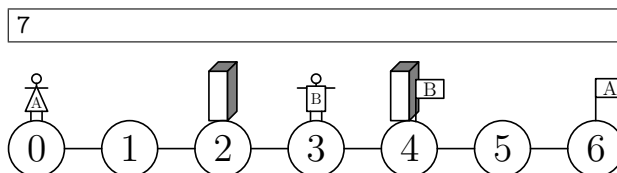
- Riešenia s časovou zložitostou $O(mt + qt)$ môžu získať plný počet bodov. (Takéto riešenie by malo efektívne vyriešiť ľubovoľný vstup s $n, m, q \leq 50\,000$ a $t \leq 1000$.)
- Riešenia, ktoré majú v časovej zložitosti nejaký logaritmus navyše, napr. so zložitostou $O(mt + qt \log t)$, môžu dostať 9 bodov.
- Riešenia s dvoma logaritmami navyše môžu dostať 8 bodov.
- Riešenia s časovou zložitostou $O(mt + qt^2)$ alebo podobnou môžu dostať 5 bodov. (Takéto riešenie by teda malo efektívne vyriešiť ľubovoľný vstup s $n, m, q \leq 50\,000$ a $t \leq 40$.)
- Riešenia s časovou zložitostou $O(qmt^2)$ alebo podobnou môžu dostať 2 body. Tieto 2 body môžeš dostať aj za riešenie s čas. zlož. $O(qm)$, ktoré explicitne predpokladá, že $t = 2$.

Príklady

vstup

7	6	2	1
0	3		
2	4		
0	1		
1	2		
2	3		
3	4		
4	5		
5	6		
6	4		

výstup



Tento výlet sa nedá spraviť za menej ako 7 minút, lebo Alica potrebuje aspoň 6 minút na presun do cieľa a musíme ešte rátať minútu na telefonát.

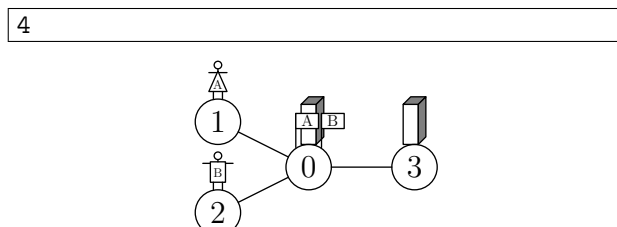
Jeden spôsob, ako spraviť celý výlet za 7 minút:

Alica pôjde 4 minúty do lokality 4, tam bude minútu volať a potom pôjde ďalšie dve minúty do lokality 6. Bob bude 3 minúty čakať doma, potom prejde do lokality 2, odtiaľ si cez piatu minútu výletu zavolá s Alicou, a cez posledné dve minúty sa presunie opačným smerom ako doteraz – z lokality 2 prejde do lokality 4.

vstup

4	3	2	1
1	2		
0	3		
0	1		
0	2		
0	3		
0	0		

výstup

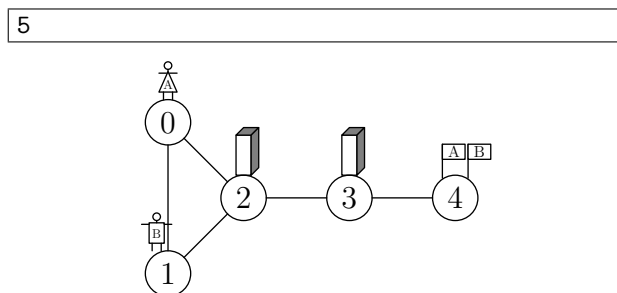


Nestačí, aby obaja prišli do lokality 0, lebo nemôžu obaja použiť tú istú búdku. Nieкто z nich sa teda musí vybrať z domu cez lokalitu 0 do lokality 3, odtiaľ zavolať druhému do lokality 0, a potom sa tam vrátiť.

vstup

5	5	2	1
0	1		
2	3		
0	1		
0	2		
1	2		
2	3		
3	4		
4	4		

výstup



Ak by obaja šli rovno do spoločného cieľa, cestou síce budú prechádzať okolo oboch búdk, ale nikdy nebudú naraz pri rôznych búdkach. Na to musí jeden z nich minútu počkať v lokalite 2 (alebo tam napr. ísť dlhšou cestou), kým sa druhý posunie do lokality 3. Potom si môžu zavolať a následne dokončiť výlet.



A-III-3 Ryžovanie

V nepomenovanom malom prítoku rieky Yukon sa našlo zlato!

Si na mieste skôr ako všetci ostatní a máš t minút na nerušené ryžovanie. Rieku si môžeme rozdeliť na n úsekov, kde sa dá ryžovať. Očíslujeme si ich po prúde od 1 po n . Ty sa momentálne nachádzaš na úseku u . Každú minútu môžeš buď ryžovať na svojom aktuálnom úseku alebo sa presunúť o úsek vyššie alebo nižšie.

Každý úsek je iný. Na niektorých sa väčšina zlatých zrníek nachádza priamo v piesku na dne, na iných sú aj väčšie zlaté nugety, ale sú hlbšie a treba sa k nim postupne prepracovať. Vie sa, že na každom úseku má zmysel ryžovať dokopy nanajviš m minút, potom tam už žiadne ďalšie zlato nebude.

Súťažná úloha

Dané sú čísla t , n , m a u a taktiež tabuľka nezáporných celých čísel $z_{i,j}$ ($1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$) s nasledovným významom: keď budeš na i -tom úseku rieky j -ty raz minútu ryžovať, získaš $z_{i,j}$ gramov zlata.

Navrhni algoritmus, ktorý vypočíta, koľko najviac zlata môžeš dokopy za t minút získať.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla t , n , m a u . Zvyšok vstupu tvorí n riadkov, v i -tom z nich sú čísla $z_{i,1}, \dots, z_{i,m}$. Na výstup vypíš jeden riadok a v ňom jedno celé číslo: najväčšie možné získateľné množstvo zlata v gramoch.

Obmedzenia a hodnotenie

Na plný počet bodov nájdi algoritmus, ktorý súťažnú úlohu efektívne vyrieši pre vstupy, v ktorých platí $n, t \leq 2000$ a $m \leq 50$. Môžeš navyše predpokladať, že v každom vstupe platí $m \leq t$.

Nanajviš 9 bodov môžeš získať za riešenia efektívne pre $n, t \leq 500$, nanajviš 7 bodov pre $n, t \leq 100$.

Je zaručené, že ľubovoľne pomalé korektné riešenie vie získať aspoň 2 body.

Ak efektívne vyriešiš **ľahšiu verziu úlohy**, v ktorej navyše predpokladáš, že $u = 1$, môžeš získať nanajviš 6 bodov. Ak riešiš túto verziu úlohy, výrazne to uveď na začiatku popisu riešenia!

Príklady

vstup

```
4 2 4 1
9 9 9 9
10 10 10 10
```

výstup

```
36
```

Optimálne je celý čas ryžovať. Na úseku 2 je zlata viac, ale neoplatí sa stratiť minútu presunom naň.

vstup

```
6 3 4 2
10 10 10 10
1 10 10 10
0 0 0 41
```

výstup

```
42
```

Tu je optimálne vyryžovať gram zlata, posunúť sa na úsek 3 a tam ryžovať ďalšie štyri minúty.

vstup

```
7 3 4 2
100 1 1 1
100 10 1 1
100 1 1 1
```

výstup

```
310
```

Jedno optimálne riešenie: ryžuj (100 g), choď proti prúde, ryžuj (100 g), choď po prúde, ryžuj (10 g), choď po prúde a poslednú minútu opäť ryžuj (100 g).

ŠTYRIDSIATY ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Forišek

Recenzia: Michal Anderle, Tomáš Belan, Paulína Smolárová

Slovenská komisia Olympiády v informatike

Vydal: NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025