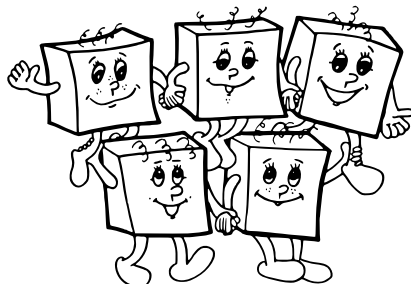


# OLYMPIÁDA V INFORMATIKE NA STREDNÝCH ŠKOLÁCH

<http://oi.sk/>



## tridsiaty piaty ročník školský rok 2019/2020 zadania celoštátneho kola, deň 2 kategória A

### Priebeh celoštátneho kola

Celoštátne kolo 35. ročníka Olympiády v informatike, kategórie A, sa koná v dňoch 25.-28. marca 2020. Na riešenie úloh druhého, praktického dňa majú súťažiaci 4,5 hodiny čistého času. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

### Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Skompilovateľný program v podporovanom programovacom jazyku. Ak sa váš program nepodarí na našom testovacom počítači skompilovať a spustiť, bude automaticky hodnotený 0 bodmi.

### Hodnotenie riešení druhého (praktického) dňa

Sú tri úlohy. Ku každej úlohe máme pripravených 10 sád testovacích vstupov. Sada vstupov pozostáva z jedného alebo viacerých testovacích vstupov. Za každú sadu vstupov, ktorej všetky vstupy (každý zvlášť) váš program správne vyrieši, získate jeden bod.

Testovanie na každom vstupe prebieha samostatne. Spustíme váš program a na štandardný vstup mu dáme konkrétne vstupné údaje. Hovoríme, že váš program daný vstup vyriešil, ak splní nasledujúce kritériá:

- Skončí skôr ako uplynie stanovený časový limit.
- Neprekročí stanovený pamäťový limit.
- Skončí korektne, nie chybou počas behu.
- Dáta, ktoré vypíše na štandardný výstup, tvoria korektný výstup, zodpovedajúci danému vstupu.
- Nebude používať žiadne funkcie zakázané kvôli bezpečnosti testovacieho systému.

Počas súťaže môžete priebežne odovzdávať svoje riešenia. Odovzdané riešenie bude otestované a dozviete sa svoj bodový zisk. (V prípade preťaženia testovača môžu organizátori obmedziť toto priebežné testovanie na vhodnú podmnožinu všetkých testovacích dát.)

Po ukončení súťaže zoberieme pre každú úlohu váš posledný odovzdaný program a ten otestujeme na všetkých testovacích vstupoch. Vaše výsledné body za úlohu budú body získané týmto programom.

Sady vstupov sú navrhované tak, aby každé korektné riešenie získalo nejaké body, bez ohľadu na to, ako pomalé je. Bližšie informácie o testovacích dátach nájdete na konci zadania každej úlohy.



### A-III-4 Rekonštrukcia dvoch máp

Cestovateľ Parko Mólo nedávno navštívil jedno ostrovné kráľovstvo. Pozostávalo z  $n$  ostrovov, ktoré sa jeden druhému podobali ako vajce vajcu. Niektoré dvojice ostrovov boli prepojené mostami, a to tak, že sa po mostoch dalo z ľubovoľného ostrova na ľubovoľný iný prejsť práve jedným spôsobom. (Mostov teda bolo práve  $n - 1$  a odborné hovorme, že kráľovstvo malo stromovú topológiu.)

Keď už Parko z kráľovstva odcestoval, spomenul si, že si vlastne úplne zabudol nakresliť jeho mapu. Jediné, čo ešte našiel v svojom notese, je zoznam, do ktorého si zapísal, z ktorého ostrova viedlo koľko mostov. Ale ani správnosti tohto zoznamu úplne nedôveruje.

#### Súťažná úloha

Zadané sú čísla  $d_1, \dots, d_n$ . Zistite, či existuje ostrovné kráľovstvo s vyššie popísanými vlastnosťami, ktorého ostrovy sa dajú očíslovať od 1 po  $n$  tak, aby pre každé  $i$  platilo, že z ostrova  $i$  vedie presne  $d_i$  mostov. Ak takéto kráľovstvo existuje, zistite aj to, či je jeho mapa jednoznačne určená Parkovými poznámkami. Ak áno, zostrojte ju, ak nie, zostrojte dve rôzne mapy zodpovedajúce poznámkam. **Pozor:** Dve mapy považujeme za rovnaké, ak sa ostrovy na jednej z nich dajú prečíslovať tak, aby z nej vznikla druhá.

#### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu je typ vstupu  $t$ . Ak  $t = 1$ , treba len zistiť, koľko rôznych máp zodpovedajúcich popisu existuje (0 / 1 / aspoň 2). Ak  $t = 2$ , treba takéto mapy aj zostrojiť.

V druhom riadku je kladné celé číslo  $n$ . V treťom sú medzerou oddelené kladné celé čísla  $d_1, \dots, d_n$ .

Prvý riadok výstupu má obsahovať číslo  $k$ : počet máp zodpovedajúcich vstupu. Presnejšie,  $k$  má byť 0 ak neexistujú žiadne mapy zodpovedajúce vstupu, 1 ak sú všetky možné mapy rovnaké a 2 ak existujú aspoň dve principiálne rôzne mapy.

Pre  $t = 1$  môže zvyšok výstupu byť ľubovoľný. Pre  $t = 2$  musí zvyšok výstupu obsahovať postupne popisy  $k$  rôznych máp zodpovedajúcich vstupu. Popis mapy tvorí  $n - 1$  riadkov a v každom z nich dve čísla z rozsahu 1 až  $n$ : čísla dvoch ostrovov spojených mostom. Pripomíname, že mapa musí byť taká, aby sa z každého ostrova dalo po mostoch dostať na každý iný. Navyše musí pre každé  $i$  platiť, že z ostrova  $i$  vedie presne  $d_i$  mostov.

#### Obmedzenia a hodnotenie

Váš program bude testovaný na 10 sádach vstupov, za každú správne vyriešenú dostanete jeden bod.

Vo všetkých vstupoch platí  $t \in \{1, 2\}$ ,  $2 \leq n \leq 10^6$  a  $\forall i : 1 \leq d_i \leq n - 1$ .

V prvých piatich sádach je  $t = 1$  a postupne platí  $n \leq 5$ ,  $n \leq 100$ ,  $n \leq 5000$ ,  $n \leq 10^5$  a  $n \leq 10^6$ .

Druhých päť sád je identických s prvými piatimi, až na to, že v nich platí  $t = 2$ .

V sádach 2, 4, 7 a 9 sú použité len vstupy, v ktorých existuje nanaajvyš jedna mapa.

#### Príklady

vstup	výstup
2	0
4	
1 1 1 1	

Tento vstup je príklad 1 v testovači. Žiadna jemu zodpovedajúca mapa neexistuje.

vstup	výstup
2	1
6	2 1
1 3 1 1 3 1	2 3
	5 4
	6 5
	2 5

Toto je príklad 2. Všetky mapy, ktoré mu zodpovedajú, sú rovnaké.

Príklad 3 je taký istý ako tento, len má  $t = 1$ . Preň stačí vypísať jeden riadok s číslom 1.

vstup	výstup
2	2
8	...
4 3 2 1 1 1 1 1	

Toto je príklad 4. Namiesto bodiek majú vo výstupe byť postupne popisy dvoch rôznych máp. Tie v zadaní úmyselne neuvádzame, ale keď odovzdáte riešenie tejto úlohy, dozvieme sa, či dáva pre tento vstup správny výstup, a ak nie, v čom je problém.



### A-III-5 Veže

Máme obrovskú šachovnicu rozmerov  $d \times d$ . Riadky aj stĺpce tejto šachovnice majú čísla od 0 po  $d - 1$ . Na šachovnici je rozmiestnených  $n$  veží. Niektoré sú biele, ostatné zas čierne.

Pripomínáme, že veža v šachu sa vie v každom ťahu pohnúť buď vodorovne alebo zvisle. Môže pri tom prejsť ľubovoľne veľa políčk, musí však platiť, že všetky prejdené políčka musia byť prázdne. Políčko, kde veža pohyb skončí, musí byť buď prázdne, alebo musí obsahovať figúru opačnej farby (ktorá je v takom prípade vežou vyhodená). Veža ohrozuje všetky políčka, na ktoré sa vie pohnúť jedným ťahom.

#### Súťažná úloha

Predstavte si, že sme na každé prázdne políčko šachovnice napísali dve čísla: najskôr počet bielych a potom počet čiernych veží, ktoré toto políčko ohrozujú. Túto dvojicu čísel nazveme *typ políčka*. Pre každý typ políčka zistíte, koľko takých políčk na našej šachovnici existuje.

#### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla  $d$  a  $n$ . V každom zo zvyšných  $n$  riadkov je popis jednej veže v tvare „riadok stĺpec farba“, kde farba je B pre bielu a C pre čiernu vežu. Je zaručené, že veže stoja na navzájom rôznych políčkach.

Vypíšte niekoľko riadkov tvaru „ $b c p$ “, kde  $b$  je počet bielych veží ohrozujúcich políčko,  $c$  je počet čiernych veží ohrozujúcich políčko a  $p$  je počet voľných políčk tohto typu. Vypisujte len také trojice  $(b, c, p)$ , pre ktoré  $p > 0$ . Riadky výstupu musia byť usporiadané primárne podľa  $b$  a sekundárne podľa  $c$ .

#### Obmedzenia a hodnotenie

Váš program bude testovaný na 10 sadách vstupov, za každú správne vyriešenú dostanete jeden bod.

Vo všetkých vstupoch platí  $1 \leq d \leq 10^9$ ,  $0 \leq n \leq 200\,000$  a  $n < d^2$ .

Dodatočné horné hranice pre  $d$  a  $n$  v jednotlivých sadách sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

V sadách označených písmenom R sú všetky veže v navzájom rôznych riadkoch a stĺpcoch.

V sadách označených písmenom B sú všetky veže biele.

sada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d$	8	20	50	$10^6$	$10^6$	$10^6$	$10^6$	$10^9$	$10^9$	$10^9$
$n$				$10^2$	$10^2$	60 000			60 000	
špeciál	B	R		B		B		R	B	

#### Príklady

vstup  

8	1
4	7 B

výstup  

0	0	49
1	0	14

Jedna biela veža: 49 políčk  
 nie je ohrozených vôbec, 14  
 je ohrozených jednou bielou  
 a žiadnou čiernou vežou.

vstup  

100002	4
11	11 C
0	11 C
0	0 C
11	0 C

Štyri čierne veže v rohoch malého štvorca na  
 veľkej šachovnici.

výstup  

0	0	10000000000
0	1	399960
0	2	40

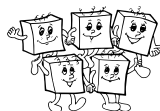
vstup  

7	7
0	0 C
6	2 C
1	1 C
3	4 B
4	3 C
2	4 C
6	3 B

výstup  

0	0	2
0	1	11
0	2	17
1	0	5
1	1	6
2	0	1

C.....  
 .C.....  
 ....C..  
 ....B..  
 ...C...  
 .....  
 ..CB...



### A-III-6 Cestou na trh

Tina nedávno narazila na aritmetickú úlohu vo veršovanej forme: „Na trh išlo desať žien, každá mala desať vriec. V každom sa tri mačky tlačia a s každou z nich sedem mačiat. No a ty ukáž, na čo máš školu: koľko šlo na trh všetkého spolu?“

Tine samozrejme nerobilo ani najmenší problém spočítať si, že na trh išlo 10 žien, 100 vriec, 300 mačiek a 2100 mačiat, všetkého spolu teda bolo 2510.

Zaujala ju však opačná otázka: pre ktoré výsledky sa takáto úloha vlastne dá sformulovať, a ako bude vyzeráť?

#### Súťažná úloha

Dané je číslo  $n$ : želaný počet všetkého spolu čo išlo na trh. Vyrobite jednu možnosť, čoho bolo koľko, za nasledujúcich predpokladov:

- Všetky čísla vo veršiku musia byť väčšie alebo rovné 2.
- Ak existuje viacero rôznych veršikov, chceme taký, v ktorom je čo najviac rôznych typov objektov. (Ukázkový veršik má štyri typy objektov: ženy, vrecia, mačky a mačatá.)

#### Formát vstupu a výstupu

Vstup obsahuje jediný riadok a v ňom číslo  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^{12}$ ).

Prvý riadok výstupu má obsahovať číslo  $t$  ( $t \geq 1$ ): najväčší možný počet typov objektov. Druhý riadok výstupu má obsahovať  $t$  medzerou oddelených čísel: pre každý typ objektu, v poradí v ktorom by boli vo veršiku, celkový počet objektov tohto typu.

#### Obmedzenia a hodnotenie

Váš program bude testovaný na 10 sadách vstupov, za každú správne vyriešenú dostanete jeden bod.

V jednotlivých sadách maximálna hodnota  $n$  neprekročí 10,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^6$ ,  $10^7$ ,  $10^9$ ,  $5 \cdot 10^{10}$ ,  $3 \cdot 10^{11}$  a  $10^{12}$ .

#### Príklady

vstup	výstup
12	2 2 10

Dve ženy, každá mala päť vriec.

Sú aj dve iné optimálne riešenia:

„tri pštrosy, každý má tri antény“

„štyri žaby, každá s dvoma žubrienkami“

vstup	výstup
27	3 3 6 18

Tri ťavy, každá dva hrby,  
na každom hrbe tri deky.

vstup	výstup
11	1 11

Jedenásť futbalistov.