Priebeh krajského kola

Krajské kolo 35. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 21. januára 2020 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci **4 hodiny čistého času**. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovne popíšte algoritmus.
  Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku (napr. C++, Python, Java, Pascal).
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitosťou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úloh uvádzame časť „Hodnotenie“, v ktorej nájdete približné limity na veľkosť vstupných údajov. Pod pojmom „efektívne vyriešiť“ chápeme to, že váš program spustený na modernom počítači by mal dať odpoveď nanajvýš do niekoľkých sekúnd.

Údaje z tejto časti zadania by mali slúžiť hlavne na to, aby ste o riešení, ktoré vymyslíte, vedeli približne povedať, koľko bodov zaň dostanete.

B-II-1 Krokodília cesta

Jitka s Emom tentokrát dovolenkujú v Afrike. Aké bolo ich prekvapenie, keď zistili, že ich tam čakajú staré známe problémy: potrebujú sa dostať na druhú stranu rieky. V tejto rieke však nie sú žiadne kamene, po ktorých by sa dalo preskákať – iba krokodíly. No a tie sa občas ponoria a občas zase vynoria.

Súťažná úloha

V rieke je n krokodílov. Sú rozmiestnené tak, že sa po nich dá preskákať z jedného brehu na druhý, a v tomto poradí sú očíslované od 1 po n. Na začiatku sú všetky krokodíly vynorené, a teda sa im dá stúpať na hlavy. Jedným krokom sa vždy vieme presunúť na hociktorého z nasledujúcich **troch** krokodílov. (Z prvého brehu vieme stúpiť na krokodíla 1, 2, alebo 3. Z krokodílov $n-2$, $n-1$ a n už vieme vyjsť na druhý breh.)

Vašou úlohou je simulovať vynáranie a ponáranie krokodílov a vyhodnocovať, kedy sa cez rieku dá prejsť a kedy nie.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu je číslo $n \geq 3$: počet krokodílov. Zvyšok vstupu tvorí neznámy počet riadkov, z ktorých každý má buď tvar „$-x$“ alebo „$+x$“. Riadok „$-x$“ je oznam, že krokodíl x sa ponoril, riadok $+x$ je, že sa opäť vynoril. Vstup je korektný, teda každý krokodíl sa striedavo ponára a vynára. Vstup končí riadkom s číslom 0.

Po spracovaní každého oznamu zo vstupu vypíšte jeden riadok a v ňom text „`ano`“ ak sa práve cez rieku dá preskákať, alebo text „`nie`“ ak sa cez rieku preskákať nedá.

Obmedzenia a hodnotenie

Za optimálne riešenie sa dá získať 10 bodov.
Za mierne pomalšie riešenia, ktoré efektívne vyriešia ľubovoľný vstup s $n \leq 100\,000$ a $500\,000$ oznammi, sa dá získať 8 bodov.
Za riešenia efektívne pre $n \leq 5000$ a 5000 oznamov sa dá získať 5 bodov.

Príklad

vstup

```
5
-3
-4
-1
-2
+1
+3
0
```

výstup

```
ano
ano
ano
nie
nie
ano
```

Po prvých troch oznamoch sa ešte dá prejsť cez rieku: z brehu stúpiť na krokodíla 2, z toho na krokodíla 5, a z toho na druhý breh.

B-II-2 Okrasné diplomy

Adam a Maja sa rozhodli predizajnovať diplomy Olympiády v Informatike. Nadšení začali vymýšľať rôzne dizajny, ktoré by dokázali upútať riešiteľské oko. Napadlo im, že by na okraj diplomu ozdobne napísali nejaký známy citát. Majú už aj skvelého kandidáta, akurát ten sa nezmestí na okraj tak, ako by si predstavovali. Treba teda zmeniť rozmery papiera. Ale na aké?

Súťažná úloha

Vašou úlohou je pre reťazec na vstupe vypísať všetky vhodné veľkosti papiera. Papier si môžeme predstaviť ako mriežku rozmerov $r \times s$, kde r ($2 \leq r$) je počet riadkov a s ($2 \leq s$) počet stĺpcov. Do každého políčka na obvode tejto mriežky môžeme napísať práve jeden znak (aj medzeru počítame za znak).

Aby reťazec na papieri vyzeral pekne, musí spĺňať niekoľko podmienok. Napísaný text musí začínať v ľavom hornom rohu a jeho dĺžka musí byť rovnaká ako obvod papiera, aby sa tam akurát zmestil. Navyše, žiadne zo slov textu nemôže byť napísané cez roh papiera. To znamená, že do rohového políčka papiera môže byť vpísané iba začiatočné alebo koncové písmeno nejakého slova, poprípade medzera.

Formát vstupu a výstupu

V jedinom riadku vstupu sa nachádza neprázdny reťazec, ktorý by chceli Adam a Maja napísať na okraj diplomu. Reťazec pozostáva z malých písmen anglickej abecedy a medzier. Medzery v tomto texte oddeľujú jednotlivé slová. Môžete predpokladať, že medzi každými dvoma slovami je práve jedna medzera a na začiatku ani na konci vstupného reťazca sa medzera nenachádza.

Reťazec je potrebné na diplom napísať znak po znaku tak, ako je zadaný na vstupe. Nie je dovolené pridávať žiadne medzery navyše, či inak meniť zadaný reťazec.

Na výstup vypíšte všetky možné rozmery diplomov, na ktorých okraj je možné reťazec zo vstupu napísať podľa vyššie uvedených pravidiel. Rozmery každého možného diplomu vypíšte na samostatný riadok ako dvojicu čísel – počet riadkov a počet stĺpcov. Odpovede môžete vypisovať v ľubovoľnom poradí. Nezabudnite, že papier s dĺžkou alebo šírkou 1 neuvažujeme.

V prípade, že žiadny vhodný rozmer papiera neexistuje, vypíšte na výstup reťazec `Nevhodny retazec`.

Obmedzenia a hodnotenie

Označme si dĺžku reťazcu na vstupe ako n.

Plný počet bodov dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup, v ktorom platí $n \leq 1\,000\,000$.

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup, v ktorom platí $n \leq 1\,000$ môžete dostať až 5 bodov.

Za akékoľvek správne riešenie dostanete aspoň 3 body.

Príklad

vstup

```
aaa b cc d
```

výstup

```
3 4
4 3
2 5
```

Prvé tri možnosti na obrázku nižšie znázorňujú správne odpovede. Všimnite si, že rozmery 3×4 a 4×3 sú rozdielne. Posledná možnosť, diplom veľkosti 5×2, je nevyhovujúca, pretože v pravom hornom rohu nekončí ani nezačína žiadne slovo a nie je tam ani medzera, namiesto toho ním prechádza slovo `aaa`.

a	a	a	
d			b
	c	c	

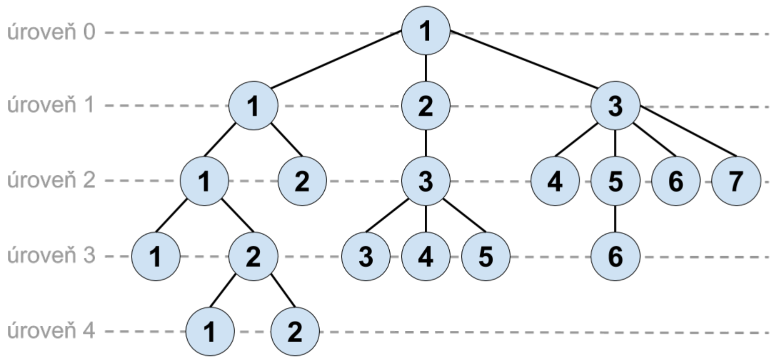
a	a	a
d		
		b
c	c	

a	a	a		b
d		c	c	

a	a
d	a
c	b
c	

B-II-3 Mravčia farma II

Už je to pár mesiacov, čo si Roman zadovážil mravčiu farmu v sklenenom kvádri, jej sledovanie ho však dodnes neomrzelo. Predsa len, kde inde by mohol sledovať tak pravidelnú štruktúru. Pripomeňme si teda, ako jeho mravenisko vyzerá.
Mravenisko tvorí niekoľko komôrok, ktoré sú prepojené chodbičkami. Komôrky sú usporiadané do niekoľkých úrovní, všetky komôrky na úrovni x sa nachádzajú $10 \cdot x$ centimetrov od vrchu mraveniska. Navyše, na najvrchnejšej, nultej, úrovni je práve jedna komôrka. Pre chodbičky platí, že sa nekrižujú a každá spája práve dve komôrky, ktoré sa nachádzajú **na dvoch po sebe idúcich úrovniach**. A z každej komôrky, s výnimkou tej na samom vrchu, vedie **práve jedna** chodbička do komôrky vyššej úrovne. Na obrázku nižšie si môžete pozrieť príklad takéhoto mraveniska.



Roman si všimol, že niektorí mravci (tí s malými francúzskymi kľúčmi) plnia funkciu údržbárov, kontrolujú a opravujú jednotlivé komôrky. Dokonca vypozoroval, že títo malí údržbári majú rozdelené rajóny, ktoré sú im priradené podľa špecifického pravidla. Presnejšie, každý mravec-údržbár má priradené dve čísla x a y a jeho úlohou je starať sa o všetky komôrky na úrovni x, do ktorých sa vie dostať z jeho domovej komôrky takou cestou, v ktorej sa dohora posunie najviac y-krát.
Sú však jednotliví mravci vyťažení rovnako? O koľko komôrok sa každý z nich musí starať? Romana by to strašne zaujímalo, ale sám to spočítať nevie. Zamyslel sa, tentoraz naozaj poriadne, a rozhodol sa, že vy by ste mu s tým určite vedeli pomôcť.

Súťažná úloha

Dostanete popis mraveniska a informácie o niekoľkých mravcov-údržbárov – pozíciu ich začiatočnej komôrky a hodnoty x a y. Vašou úlohou je pre každého mravca spočítať počet rôznych komôrok úrovne x, do ktorých z jeho začiatočnej komôrky vedie cesta využívajúca najviac y pohybov dohora.

Odpovede pre jednotlivých mravcov je potrebné riešiť **postupne** v takom poradí, v akom prichádzajú na vstupe. Predpokladajte preto, že **nie je možné** načítať informácie o mravcoch dopredu, informácie o ďalšom mravcovi dostanete na vstup až vtedy, keď vypíšete odpoveď pre posledného zadaného mravca.

Za úlohu je možné získať **čiastkové body** riešením jej jednoduchších alternatív. Pre detaily bodovania si prečítajte časť „Obmedzenia a hodnotenie“.

Formát vstupu a výstupu

Na prvom riadku vstupu dostanete číslo n určujúce počet úrovní mraveniska, ktoré sú očíslované od 0 po $n-1$. Nasleduje n riadkov, každý obsahuje niekoľko čísel oddelených medzerou. Prvé číslo i-teho riadku bude číslo p_i udávajúce počet komôrok na i-tej úrovni. Zvyšok i-teho riadku bude tvoriť p_i čísel $x_1, x_2, \ldots, x_{p_i}$. Číslo x_j určuje, že z j-tej komôrky na i-tej úrovni vedie chodbička do x_j-tej komôrky na úrovni $i-1$ úrovni. Komôrky na každej úrovni sú očíslované zľava doprava. Chodbičky sa nekrižujú, pre každú úroveň a každé j teda platí $x_j \leq x_{j+1}$.
Špeciálne, riadok pre úroveň 0 bude mať tvar `1 -1`, keďže nultá úroveň obsahuje práve jednu komôrku, z ktorej sa už vyššie ísť nedá.

Po popise mraveniske nasleduje riadok obsahujúci číslo q. Táto hodnota určuje počet mravcov-údržbárov, o ktorých chcete zistiť, v koľkých komôrkach musia upratovať. Nasleduje q riadkov, každý z nich obsahuje štyri medzerou oddelené čísla u, k, x a y, ktoré popisujú mravca, ktorý začína na úrovni u v komôrke k a má na starosti komôrky na úrovni x, do ktorých vedie z jeho aktuálnej pozície cesta, počas ktorej sa dohora posunie najviac y-krát. Tieto riadky nemôžete načítať všetky naraz, ďalší riadok môžete načítať až keď vypíšete odpoveď pre predchádzajúci riadok.
Pre každého mravca-údržbára zistite počet komôrok, ktoré vyhovujú zadaným hodnotám a túto hodnotu vypíšte na výstup.

Obmedzenia a hodnotenie

Označme si celkový počet komôrok v mravenisku ako m.
Plný počet bodov dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup, v ktorom platí $m \leq 1\,000\,000$ a $q \leq 100\,000$.
Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup, v ktorom platí $m \leq 1\,000$ a $q \leq 100\,000$, môžete dostať až 6 bodov.
Za akékoľvek pomalšie správne riešenie dostanete aspoň 3 body.
Navyše, ak úlohu vyriešite s dodatočným predpokladom $y = 0$ (t.j. mravce nikdy nesmú ísť dohora), môžete získať až 80% bodov, ktoré by ste získali za rovnako efektívne riešenie bez tohto predpokladu.

Príklad

vstup

```
5
1 -1
3 1 1 1
7 1 1 2 3 3 3 3
6 1 1 3 3 3 5
2 2 2
4
3 6 2 2
2 3 2 0
4 1 3 3
4 1 3 4
```

výstup

```
4
1
2
6
```

V prvom prípade začína mravec v 6 komôrke na úrovni 3. Jedným pohybom dohora sa vie dostať na úroveň 2 do komôrky 5, ktorú teda bude musieť udržiavať. Druhým pohybom dohora vie vyjsť na úroveň 1 do komôrky 3. Odtiaľ už môže ísť iba dodola, čím vie dosiahnuť ešte komôrky 4, 6 a 7 na úrovni 2.

V druhom prípade sa mravec dohora hýbať nevie a pohyb dodola mu nepomôže, jeho začiatočná komôrka je teda jediná, ktorú má na starosti.
V treťom prípade sa cestou, ktorá ide dohora najviac trikrát, vie dostať iba do komôrok 1 a 2 na úrovni 3. Ak mu však dovolíme ešte o jeden pohyb dohora viac (štvrtý prípad), zrazu už vie ísť do ľubovoľnej komôrky na úrovni 3.

B-II-4 Domy nielen na lúke

V tejto úlohe pokračujeme v príbehoch z domáceho kola: na lúke stoja domy a medzi nimi sú cesty. Každá cesta musí spájať nejaké dva domy. Rôzne cesty musia spájať rôzne dvojice domov. Cesty môžu byť ľubovoľne kľukaté, ale žiadne dve cesty sa nesmú križovať.
Každá podúloha je hodnotená samostatne, nie je nutné ich riešiť v uvedenom poradí.

Pripomíname ešte vzťah, ktorý sme si odvodili v domácom kole. Pre ľubovoľnú takúto lúku s domami platí: *počet častí lúky* = *počet ciest* + *počet prepojených skupín domov* + 1 − *počet domov*.

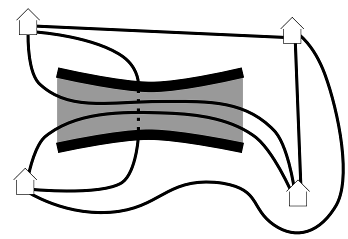
Podúloha F (2 body)

Na lúke pri Fiľakove stojí sedem domov a medzi nimi vedie najväčší možný počet ciest. Nakreslite jeden možný obrázok tejto lúky. Zdôvodnite, že viac ciest sa nakresliť nedá (a to ani ak použijeme iný postup ako ten váš).

Podúloha G (2 body)

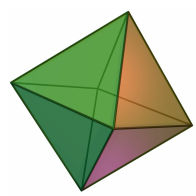
Na veľkej lúke pri Gabčíkove sa hrá Gusto s futbalovou loptou a fixkou. Na loptu si už namaľoval sedem domov a teraz by si ich chcel pospájať cestami. Cesty musí kresliť podľa našich pravidiel – musia ísť po povrchu lopty a nesmú sa križovať. Vie na loptu nakresliť rovnako veľa ciest ako sme vedeli postaviť v podúlohe F? A vie ich tam nakresliť aj viac? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Podúloha H (2 body)



Na sever od Hurbanova leží malá lúka. Na nej stoja štyri domy a jeden most. Po moste, aj popod most, môže ísť viacero ciest. Na obrázku vidíte, ako táto lúka vyzerá: každý dom je cestou prepojený s každým iným. Dve cesty idú po moste, jedna ide popod most. (Úsek idúci popod most je znázornený bodkovane.)
Na juh od Hurbanova leží veľká lúka. Na tej tiež stojí jeden takýto most, ale okrem neho je tam až šesť domov. Dá sa na tejto lúke cestami prepojiť každý dom s každým? Nakreslite obrázok, ak áno, zdôvodnite prečo, ak nie. (Domy nesmú stáť na moste ani pod ním. Cesty sa naďalej nesmú nikde križovať. Cesty idúce cez most sa nekrižujú s cestami, ktoré idú popod most.)

Podúloha I (1 bod)



Na obrázku vpravo je osemsten. Osemsten je príkladom takzvaného platónskeho telesa. Všetky jeho steny sú rovnaké, sú to pravidelné mnohouholníky a v každom vrchole sa stretá rovnaký počet týchto stien. Každé platónske teleso sa teda dá popísať dvoma parametrami: počet strán každej steny (označíme p) a počet stien, ktoré sa stretajú pri každom vrchole (označíme q). Napr. pre osemsten platí $p = 3$ a $q = 4$.
Majme platónske teleso s parametrami p a q. Označme s počet jeho stien. Pomocou hodnôt s, p a q vyjadrite, koľko vrcholov a koľko hrán má toto platónske teleso.

Podúloha J (3 body)

Pre *úplne všetky* mnohosteny platí vzťah podobný tomu, ktorý platí pre naše domy na lúke: počet vrcholov plus počet stien je rovný počtu hrán plus 2. Pomocou tohto vzťahu dokážte, že existuje len päť rôznych platónskych telies. (Inými slovami, zistite, pre aké dvojice (p, q) môže skutočne existovať platónske teleso.)

TRIDSIATY PIATY ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Anderle, Michal Forišek, Andrej Korman
Recenzia: Michal Forišek
Slovenská komisia Olympiády v informatike
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020