



### Priebeh krajského kola

Krajské kolo 32. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 17. januára 2017 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci **4 hodiny čistého času**. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

### Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus.  
Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku (napr. C++, Python, Java, Pascal).
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitou bez použitia knižnice.

### Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úloh uvádzame časť „Hodnotenie“, v ktorej nájdete približné limity na veľkosť vstupných údajov. Pod pojmom „efektívne vyriešiť“ chápeme to, že váš program spustený na modernom počítači by mal dať odpoveď nanajvýš do niekoľkých sekúnd.

Údaje z tejto časti zadania by mali slúžiť hlavne na to, aby ste o riešení, ktoré vymyslíte, vedeli približne povedať, koľko bodov zaň dostanete.



## B-II-1 Hľadanie permutácií

Isto viete, že existuje viacero rôznych spôsobov ako v Googli vyhľadávať. Napríklad ak len napíšete do vyhľadávača nejaké slová, tak sa vám ukážu tie stránky, na ktorých je každé zo zadaných slov aspoň raz, pričom je jedno kde a v akom poradí tieto slová sú. Tiež môžete hľadaný výraz dať do úvodzoviek. Vtedy Google nájde tie stránky, na ktorých sa vyskytujú všetky hľadané slová tesne za sebou, a to presne v zadanom poradí.

Keď Žaba prišiel na stáž do New Yorku, dostal na starosť implementovať nový typ vyhľadávania, tzv. permutačné vyhľadávanie. Ide o kombináciu oboch vyššie spomínaných spôsobov. Slová, ktoré zadáte, musia nasledovať bezprostredne za sebou, musia sa na stránke nachádzať všetky (každé práve raz), no môžu byť v ľubovoľne prehádzanom poradí. Žaba však celé dni vyjedá mikrokuchynky, hrá sa ping pong a využíva ostatné výhody „práce“ v Googli. Neostal mu čas na programovanie, a tak sa rozhodol túto robotu presunúť na vás.

### Súťažná úloha

Na vstupe dostanete obsah jednej webovej stránky a zoznam slov, ktoré chce používateľ nájsť. Vašou úlohou bude spočítať, koľkokrát sa na danej stránke nachádza za sebou idúca permutácia daných slov.

Aby sme nemuseli pracovať s reťazcami, každému slovu priradíme nejaké číslo od 1 po  $k$ . Webstránka je potom zoznam  $n$  čísel: čísla jednotlivých slov v poradí, v akom sa nachádzajú na stránke. (Rovnaké čísla predstavujú výskyty toho istého slova.) Používateľ vyhľadáva  $m$  slov, tie tiež nahradíme číslami z rozsahu od 1 po  $k$ .

### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu dostanete dve čísla  $n$  a  $m$ : počet slov na webovej stránke a počet slov zadaných používateľom. V druhom riadku je  $n$  čísel z rozsahu od 1 po  $k$ : text webstránky, na ktorej vyhľadáваме. V treťom riadku je  $m$  čísel z rozsahu od 1 po  $k$ : vyhľadávané slová.

Na výstup vypíšete jediné číslo udávajúce koľkokrát sa na zadanej webstránke nachádza úsek  $m$  po sebe idúcich slov ktoré sú permutáciou používateľom zadanej  $m$ -tice slov.

### Obmedzenia a hodnotenie

Na plný počet bodov je potrebné, aby vaše riešenie na bežnom počítači za sekundu zvládlo ľubovoľný vstup s  $n, m \leq 1\,000\,000$  a  $k \leq 1\,000\,000$ .

Za riešenie použiteľné pre vstupy s  $n, m \leq 100\,000$  a  $k \leq 100$  môžete získať až 8 bodov.

Takisto 8 bodov môžete získať, ak predpokladáte, že  $n, k \leq 100\,000$  a  $m \leq 100$ .

Až 6 bodov viete získať za riešenie, ktoré zvládne vstupy, kde  $n, m \leq 5\,000$  a  $k \leq 5\,000$ .

Za ľubovoľné korektné riešenie, môžete bez ohľadu na časovú zložitosť, získať aspoň 3 body.

### Príklady

vstup

10 3
5 2 1 1 5 1 3 1 1 5
1 5 1

výstup

3
---

Na webovej stránke (5, 2, 1, 1, 5, 1, 3, 1, 1, 5) sa permutácia slov (1, 5, 1) nachádza trikrát – na pozícií 3 až 5, 4 až 6 a 8 až 10. Všimnite si, že výskyty sa môžu aj prekrývať. Tiež upozorňujeme na to, že ak sa medzi hľadanými slovami nachádza to isté slovo viackrát, musí sa rovnako veľakrát nachádzať aj v nájdenej permutácii na stránke.

vstup

9 2
1 1 1 1 2 1 1 1 1
1 1

výstup

6
---

vstup

8 4
4 8 3 2 1 1 8 4
4 2 8 1

výstup

0
---



## B-II-2 Pokémoni 2

Určite si ešte pamätáte úlohu o pokémonoch z domáceho kola. Pripomeňme si ale aj tak, ako funguje hra Pokémon Go. Hráči sa s mobilom v ruke prechádzajú po okolí. Občas narazia na pokémona (magické zvieratko), ktorého môžu chytiť tým, že po ňom hodia prázdnu pokéloptu (zariadenie na uskladnenie jedného pokémona). Inokedy nájdú pokéstopy, v ktorom zadarmo získajú prázdne pokélopky na ďalší lov.

Ako viete, Peťo nerobí nič iné, iba pobehuje okolo matfyzu a chytá pokémonov. Keďže pokémoni majú rôznu silu, snaží sa vždy chytiť tých najsilnejších. Niekedy sa však stane, že narazí na naozaj silného pokémona, nemá však práve k dispozícii prázdne pokélopky a musí ho nechať ísť. A keďže nedávno sa zmenili pravidlá tejto hry, vaše programy z domáceho kola mu už nevedia povedať, akých najsilnejších pokémonov vedel chytiť.

### Súťažná úloha

Na vstupe dostanete záznam Peťovho dňa: zoznam stretnutí s pokémonmi a návštev pokéstopy.

Na začiatku dňa má Peťo **0 prázdnych pokélopť**. Prázdne pokélopky vie získať iba v pokéstopoch. V každom pokéstope je **obmedzené množstvo** pokélopť, ktoré si Peťo môže zobrať. Našťastie, obmedzený **nie je** počet pokélopť, ktoré môže mať pri sebe.

Keď Peťo stretne pokémona, musí sa rozhodnúť, či ho chce chytiť. Ak ho chce, hodí po ňom jednu prázdnu pokéloptu, do ktorej ho zaručene chytí. Ak sa však rozhodne pokémona nechytiť, ten zmizne a Peťo sa k nemu už nemôže neskôr vrátiť.

Vašou úlohou je zistiť, aký je najväčší možný súčet síl pokémonov, ktorých v ten deň vedel Peťo pochytať. (Inými slovami, súčet síl pokémonov, ktorých by pochytil, keby bol jasnovidec a vopred vedel ako bude celý jeho deň vyzeráť.)

### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku je číslo  $n$  udávajúce počet udalostí, ktoré sa v ten deň Peťovi stali. V druhom riadku je  $n$  čísel  $x_1$  až  $x_n$  popisujúce jednotlivé udalosti v poradí, v akom sa Peťovi prihodili. Ak je číslo  $x_i$  väčšie ako 0, znamená to, že Peťo narazil na pokémona so silou  $x_i$ , ktorého môže chytiť. Ak je číslo  $x_i$  menšie ako 0, Peťo narazil na pokéstopy, z ktorého si môže zobrať  $-x_i$  pokélopť.

Na výstup vypíšte jediné číslo: najväčší súčet síl pokémonov, ktorých vedel v ten deň Peťo chytiť.

### Obmedzenia a hodnotenie

Na plný počet bodov je potrebné, aby vaše riešenie na bežnom počítači za sekundu zvládlo ľubovoľný vstup s  $n \leq 100\,000$ .

Za riešenie použiteľné pre  $n \leq 5\,000$  získate približne 7 bodov.

Každé korektné riešenie, bez ohľadu na časovú zložitosť, môže získať apoň 3 body.

Predpokladajte, že platí  $-10^9 \leq x_i \leq 10^9$ .

### Príklad

vstup	výstup
9 47000 -2 2 4 -1 7 4 -2 1	16

Najlepšie riešenie je chytiť pokémonov so silami 4, 7, 4 a 1.

Ako prvého stretne Peťo veľmi silného pokémona (sila 47 000). Keďže však nemá pokéloptu, nemôže ho chytiť. Na nasledujúcom pokéstope získa 2 pokélopky. Ďalšieho pokémona (so silou 2) sa Peťo rozhodne nechytiť, radšej si ušetrí pokéloptu na neskôr. Pokémona so silou 4 chytí. Potom si zoberie 1 pokéloptu z ďalšieho pokéstopy, čiže práve má 2 prázdne pokélopky. Do nich chytí oboch nasledujúcich pokémonov (sily 7 a 4). Z posledného pokéstopy zoberie obidve pokélopky. Posledný pokémon, ktorého stretne, je síce slabý (sila 1), Peťo už ale nemá lepší spôsob ako využiť prebytočné pokélopky, a preto chytí aj jeho.



### B-II-3 Bludisko

Peťka sa ocitla v bludisku. Bludisko má pôdorys v tvare obdĺžnika. Ten je rozdelený na rovnako veľké štvorcové políčka. Políček je  $r$  riadkov krát  $s$  stĺpcov. Každé políčko je buď voľné, alebo je tam tehlová stena.

Peťka sa hýbe tak, že robí kroky. Každým krokom sa vie presunúť z políčka  $A$ , na ktorom práve stojí, na iné políčko  $B$ , ktoré s políčkom  $A$  susedí stranou.

Peťka sa chce čo najrýchlejšie dostať z bludiska von. Za normálnych okolností sa môže hýbať iba po voľných políčkach, v kabelke však našla kúzelný elixír. Ten jej umožní raz prejsť cez jedno políčko s tehlovou stenou.

#### Súťažná úloha

Na vstupe dostanete mapu bludiska. Zistíte, či sa Peťka vie dostať z neho von, a ak áno, koľko najmenej krokov na to potrebuje.

#### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu dostanete čísla  $r$  a  $s$ : rozmery bludiska.

Zvyšok vstupu tvorí  $r$  riadkov, v každom z nich je  $s$  znakov: mapa bludiska. Význam jednotlivých znakov je nasledovný: '.' (bodka) predstavuje voľné políčko, 'P' je voľné políčko, na ktorom práve stojí Peťka, 'X' je tehlová stena, '#' je betónová stena tvoriaca obvod bludiska (na tú elixír nefunguje) a 'V' predstavuje východ z bludiska. V bludisku je vždy presne jedna Peťka a jeden východ. Východ je na obvode bludiska.

Ak sa Peťka vie dostať von (či už s použitím elixíru alebo bez neho), vypíšte najmenší možný počet krokov, na ktorý to vie spraviť. Samotné vypitie elixíru za krok nepočítame.

Ak sa Peťka von dostať nevie, vypíšte namiesto toho reťazec „smola“.

#### Obmedzenia a hodnotenie

Vzorové riešenie (za 10 bodov) si na bežnom počítači za sekundu poradí so vstupom rozmerov  $5\,000 \times 5\,000$ .

Riešenia, ktoré si za sekundu poradia s ľubovoľným vstupom rozmerov  $100 \times 100$ , môžu získať až 7 bodov.

Pomalšie korektné riešenia môžu získať 3-5 bodov podľa ich časovej zložitosti.

#### Príklady

vstup

```
4 7
#####
#P.XX.#
#.X...V
#####
```

výstup

```
6
```

*Peťka môže napr. spraviť krok doprava, vypiť elixír, spraviť ďalší krok doprava (do steny), potom krok do dola (von zo steny) a tri kroky doprava.*

vstup

```
3 6
#####
#XPXXV
#####
```

výstup

```
smola
```

*Peťka má smolu, cez dve steny ju ani magický elixír nedostane.*

vstup

```
5 8
#####
#PX...#
#.X.XX.#
#...XXV
#####
```

výstup

```
12
```

*Peťka môže byť v pokušení použiť elixír na začiatku ako „skratku“ doprava. Potom by jej ale na konci chýbal, nevedela by sa dostať k východu. Musí teda ísť klukatou cestou a elixír použiť až pri konci cesty.*



## B-II-4 Tabuľa II

Anička a Viktor sa hrajú v triede. Najnovšie si vymysleli takúto hru: Najskôr Anička napíše do radu na tabuľu 20 prirodzených čísel. Potom Viktor pred každé z nich napíše plus alebo mínus. Nakoniec spolu vypočítajú výslednú hodnotu výrazu, ktorý takto vznikol.

### Súťažná úloha

Súťažnú úlohu sme rozdelili na štyri podúlohy. Hodnotené sú každá zvlášť, ale aj tak vám ich odporúčame riešiť v zadanom poradí.

- **Podúloha A (1 bod).** Koľko rôznych možností ako vpísať znamienka má Viktor?
- **Podúloha B (2 body).** Viktorovi sa nepáči, keď rôzne kombinácie znamienok vedú k tomu istému výsledku. Vie Anička napísať na tabuľu čísla tak, aby žiadne dve kombinácie plusov a mínusov nevedli k tomu istému výsledku?
- **Podúloha C (3 body).** Anička práve napísala na tabuľu nejakých 20 prirodzených čísel. Viktor sa na ne pozrel a povedal: „Teraz viem doplniť znamienka tak, aby vyšiel výsledok 42. A viem ich doplniť aj iným spôsobom, pri ktorom vyjde výsledok 47.“ Mohol mať Viktor pravdu?
- **Podúloha D (4 body).** Po obede už boli Anička s Viktorom leniví počítať s veľkými číslami. Dohodli sa preto, že Anička bude na tabuľu písať len čísla z rozsahu od 1 po 100. Po chvíli však Anička hovorí Viktorovi: „Pozri, čo som si všimla. Nech napíšem na tabuľu akýchkoľvek 20 čísel, vždy bude existovať nejaký výsledok, ktorý ty vieš vyrobiť aspoň 107 rôznymi spôsobmi.“

Má Anička pravdu? Prečo?

Ak áno, mala by ju aj keby namiesto 107 povedala 207, alebo dokonca 407?

Ak nie, mala by ju, keby namiesto 107 povedala 2?

### Príklad k podúlohe B

Minule Anička ako prvé tri čísla napísala „1 2 3 ...“ a Viktor z toho vyrobil „+1 + 2 - 3 + ...“. Na to mu Anička hovorí: všimni si, že keby si zmenil prvé tri znamienka na „-1 - 2 + 3 + ...“, dostali by sme ten istý výsledok.

### Príklad k podúlohe D

Keby Anička na tabuľu napísala čísla „1 2 3 ... 20“, tak by existovalo dokonca až 11 504 rôznych spôsobov, ako vie Viktor vyrobiť výsledok 42. Jednou z týchto možností je, že doplnil znamienka nasledovne:  
 $+1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 - 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 - 17 - 18 - 19 - 20.$

Samozrejme, tento jeden príklad ešte nie je riešením podúlohy D, keďže toto je len jedna konkrétna možnosť, čo mohla Anička napísať na tabuľu. Anička tvrdí, že niečo podobné nastane úplne vždy – nech by napísala akýchkoľvek 20 čísel z rozsahu 1 – 100, vždy sa bude dať nájsť nejaký výsledok, ktorému zodpovedá veľa rôznych kombinácií znamienok.