

Návodné úlohy k domácomu kolu OI: kategória A

A-I-1 Hotel

1. Moderné programovacie jazyky majú vo svojich štandardných knižniciach rôzne dátové štruktúry, ktoré sa dajú používať na reprezentáciu matematickej množiny prvkov: vieme **efektívne** pridávať nové prvky, odoberať existujúce prvky, aj testovať, či sa hľadaný prvok v množine nachádza.

Zistite, ako sa takéto dátové štruktúry vo vašom obľúbenom jazyku volajú, ako sa používajú, a akú časovú zložitosť majú operácie s nimi.

2. Pri jednej pumpke s pitnou vodou čaká n ľudí s rôzne veľkými nádobami: človeku i bude trvať $T[i]$ sekúnd kým si naberie vodu. Napíšte program, ktorý načíta hodnoty $T[i]$ a vypočíta, v akom poradí si majú ľudia naberáť vodu, ak chceme, aby priemerná dĺžka čakania bola čo najmenšia.

(Dĺžka čakania konkrétneho človeka je rovná času od začiatku celého naberania po okamih kedy si začne naberáť on(a).)

Dokážte správnosť vášho riešenia.

A-I-2 Žabka

1. V poli A máme postupnosť dĺžky n tvorenú n navzájom rôznymi celými číslami. Chceme nájsť najdlhšiu rastúcu podpostupnosť danej postupnosti – inými slovami, chceme vyškrtáť čo najmenej prvkov tak, aby tie, ktoré ostali neškrtnuté, tvorili rastúcu postupnosť.

Napíšte program, ktorý bude pomocou rekurzie (backtracking, t.j. prehľadávanie s návratom) generovať všetky možné rastúce podpostupnosti danej postupnosti.

2. Napíšte program, ktorý efektívne (pomocou memoizácie / dynamického programovania) nájde najdlhšiu rastúcu podpostupnosť danej postupnosti. (Stačí riešenie s kvadratickou časovou zložitosťou, hoci existujú aj lepšie.)

A-I-3 Triediaca hra

1. V poli A máme postupnosť dĺžky n tvorenú n navzájom rôznymi celými číslami. Inverziou v takejto postupnosti voláme každú dvojicu prvkov v ktorej je väčší prvok pred menším. Formálne, dvojica (i, j) je inverziou ak platí $i < j$ a zároveň $A[i] < A[j]$.

Dokážte, že pole nemá žiadne inverzie práve vtedy, keď sú jeho prvky usporiadané podľa veľkosti.

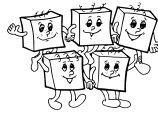
2. Ako sa môže zmeniť počet inverzií ak vymeníme dva susedné prvky poľa?
3. Ako sa môže zmeniť počet inverzií ak vymeníme dva ľubovoľné prvky poľa?
4. Napíšte program, ktorý k danému poľu spočíta počet inverzií v ňom. Pokúste sa nájsť program s lepšou ako kvadratickou časovou zložitosťou.
5. V poli A máme postupnosť dĺžky n tvorenú n navzájom rôznymi celými číslami. Pole A vieme meniť len jedným spôsobom: môžeme zobrať ľubovoľné tri po sebe idúce prvky a cyklicky ich zrotovať: namiesto aktuálneho poradia $A[i], A[i + 1], A[i + 2]$ ich dať do poradia $A[i + 1], A[i + 2], A[i]$.

Ukážte, že pre každé n existuje nejaké pole A , ktoré pomocou takýchto operácií nevieme dostať do usporiadaného poradia.

6. Napíšte program, ktorý načíta obsah poľa A a vypočíta, či toto konkrétne pole vieme vyššie popísanými operáciami usporiadať alebo nie.

A-I-4 Sufixové stromy

1. Pre každý z nasledujúcich reťazcov nakreslite jeho sufixový strom: `aaaaaa`, `babka`, `rotor`, `abcdef`.
2. Máme reťazec dĺžky milión tvorený malými písmenami anglickej abecedy. Vyrobíme k nemu zodpovedajúci sufixový strom S . Aký najväčší a aký najmenší počet hrán môže viesť z ľubovoľného vrcholu stromu S ?
3. Koľko najviac listov môže mať strom S z predchádzajúcej úlohy?
4. V niektorom zo sufixových stromov z prvej úlohy si vyberte niektorý vrchol iný ako koreň. Keď prejdeme z koreňa po hranách do vybraného vrcholu, cestou si prečítame reťazec T . Koľkokrát sa reťazec T vyskytuje v pôvodnom reťazci? Viete túto informáciu získať pohľadom na sufixový strom? Viete napísať program, ktorý bude takúto informáciu počítať?



Návodné úlohy k domácejmu kolu OI: kategória B

B-I-1 Fľaše

1. Zabudnime na prelievanie vody. Napíšte program, ktorý len vypočíta, koľko vody má na konci byť v každej fľaši.
2. Napíšte program, ktorý spočíta, koľko máme fliaš, v ktorých je vody primálo.
3. Pozrime sa teraz na úplne inú úlohu. V rade stojí n dievčat a n chlapcov. Na vstupe je popis tohto radu: reťazec písmen C a D, pričom každé C predstavuje chlapca a každé D dievča.
Napíšte program, ktorý z klávesnice načíta takýto reťazec a na obrazovku vypíše všetky pozície, na ktorých stoja dievčatá. Napríklad pre vstup CDDCDDCCD by mal vypísať čísla 2, 3, 5 a 8.
4. Upravte program z predchádzajúcej úlohy tak, aby pozície dievčat namiesto výpisu na obrazovku uložil do poľa.
5. Chceli by sme všetkých žiakov z radu popárovať do dvojíc, pričom každú dvojicu by mal tvoriť jeden chlapec a jedno dievča. Napíšte program, ktorý jedno takéto rozdelenie do dvojíc vyrobí.
Vstupom je taký istý reťazec ako v predchádzajúcich úlohách, výstupom je zoznam dvojíc poradových čísel. Napríklad pre reťazec CDDCDDCCD by program mohol vypísať nasledovné dvojice: (chlapec 1 + dievča 3), (chlapec 4 + dievča 8), (chlapec 6 + dievča 2), (chlapec 7 + dievča 5).

B-I-2 Disc golf

1. V poli $A[0..n-1]$ je **usporiadaná** postupnosť čísel z rozsahu od 0 po 999 999. K prvku na indexe i pripočítame milión. Preusporiadajte pole tak, aby opäť bolo usporiadané.
2. V poli $A[0..n-1]$ je **usporiadaná** postupnosť čísel z rozsahu od 0 po 999 999. Niektoré z nich necháme nezmenené, niektoré iné zväčšíme o milión. V **lineárnom čase** preusporiadajte výsledné pole tak, aby bolo opäť usporiadané. (Môžete pri riešení použiť aj pomocné polia, ak chcete.)

B-I-3 Pokazené kalkulačky

1. Pomocou presne troch štvoriek, zátvoriek a aritmetických operácií vieme zapísať veľa rôznych čísel. Napríklad vieme zapísať 24 ako $4 \times (4 + \sqrt{4})$ alebo 252 ako $4^4 - 4$. Zapište takýmto spôsobom čo najviac z čísel od 0 do 10.
2. Viete zapísať všetky čísla od 0 do 10? Skúste ísť ďalej: 11, 12, ... Po aké najväčšie číslo sa ešte viete dostať? (Ťažká otázka: Aké je najmenšie číslo, ktoré sa takto zapísať nedá?)
3. Keď máme kalkulačku, na ktorej fungujú len tlačidlá 1, + a =, vieme na displeji dostať ľubovoľné prirodzené číslo?
4. Máme kalkulačku, na ktorej fungujú len tlačidlá 1, + a =.
Ukážte čo najrýchlejší spôsob ako na displeji vyrobiť číslo 123456789.
5. Máme kalkulačku, na ktorej fungujú len tlačidlá 1, + a =.
Ukážte čo najrýchlejší spôsob ako na displeji vyrobiť číslo 7654321.

B-I-4 Regulárne výrazy

1. Regulárne výrazy sa dajú používať aj v niektorých bežných programoch, napríklad aj v textovom editore Libre-Office Writer. Nájďme ich v menu pre vyhľadávanie a nahrádzanie: v anglickej lokalizácii sa zapnú v menu Edit → Find & Replace → Other Options → Regular expressions. Vyskúšajte si otvoriť nejaký existujúci textový dokument a použiť regulárne výrazy na vyhľadávanie v ňom.